

## Sujets niveau 1

### LUNETTES

Dans ma classe, nous sommes 24 élèves. Je suis un garçon qui porte des lunettes comme  $\frac{2}{5}$  des garçons de la classe.

$\frac{3}{7}$  des filles ont aussi des lunettes.

**Combien d'élèves ont des lunettes ?**

### UN GRAND TAPIS

La alfombra cuadrada mide 3 metros de lado. Las bandas de color y las bandas blancas tienen la misma anchura.

**¿Cuál es el área de la parte coloreada de la alfombra ?**

Dieser Teppich ist viereckig und hat 3 Meter Seitenlänge. Die farbigen Streifen und die weißen Streifen haben die selbe Breite.

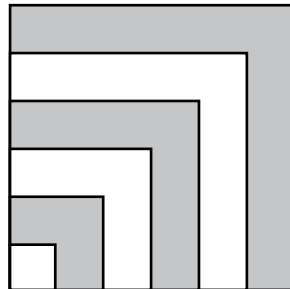
**Welches ist der Flächeninhalt des farbigen Teils von diesem Teppich?**

This carpet is square and each side is 3 meters long. The coloured stripes and the white ones have the same width.

**What is the area of the coloured part of the carpet ?**

Questo tappeto è un quadrato di 3 metri di lato. Le strisce colorate e le strisce bianche hanno la stessa larghezza.

**Qual è la superficie della parte colorata del tappeto ?**



### UNE ANNÉE MAGIQUE

L'année 2011 a une particularité : la somme des deux premiers chiffres de 2011 est égale à la somme de ses deux derniers chiffres.

**Combien y a-t-il eu d'années depuis l'an 1000 jusqu'en 2011 inclus ayant cette particularité ?**

1

## Sujets niveau 1

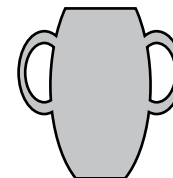


### DES ÉTAGÈRES BIEN RANGÉES

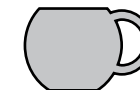
Sur les étagères de ce placard sont placés des récipients de trois dimensions : des verres, des tasses et des pots.

Ils sont rangés de telle sorte que la capacité totale des récipients soit la même sur les trois étagères.

**Sachant qu'une tasse a une capacité de 3 décilitres, quelle est la capacité d'un verre ? d'un pot ?**



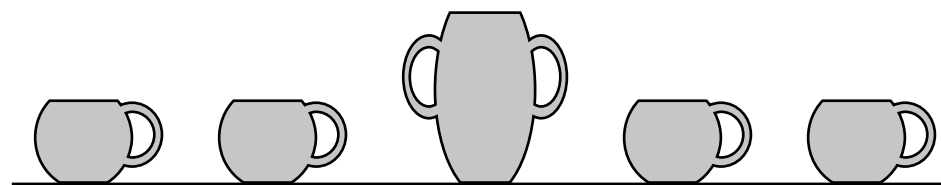
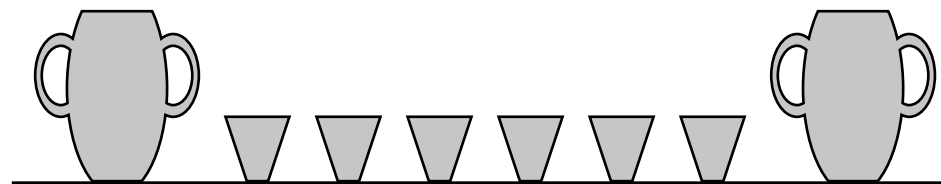
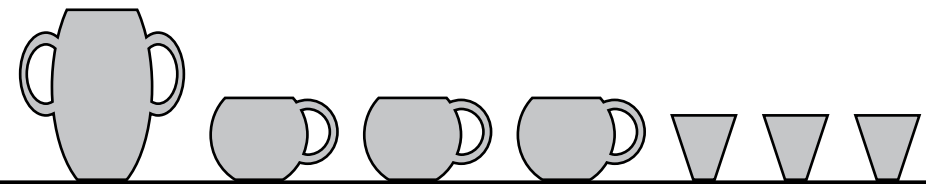
Pot



Tasse



Verre



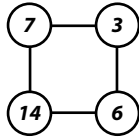
## Sujets niveau 1

### PRODUITS EN CROIX

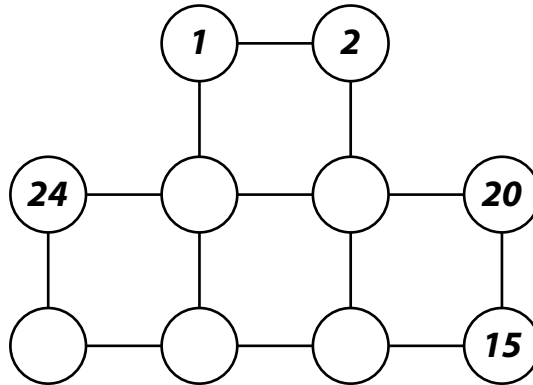
On veut compléter la figure en respectant les consignes suivantes :

- les dix nombres sont des entiers strictement positifs
- ils sont tous différents
- le plus grand est 24
- pour chaque petit carré les deux produits en croix sont égaux

exemple :  $7 \times 6 = 3 \times 14$



Trouver deux manières différentes de remplir la figure en respectant les consignes.



### LE CALENDRIER DE MATHILDE

Chaque matin du mois de mars, Mathilde écrit le numéro du jour, puis elle décrit les chiffres qui composent ce numéro de la façon suivante :

le 1er mars elle écrit  $1 \leftrightarrow 11$  (un «1»), le 2 mars elle écrit  $2 \leftrightarrow 12$  (un «2») ;...; le 10 mars elle écrit  $10 \leftrightarrow 1110$  (un «1» un «0»), le 11 mars elle écrit  $11 \leftrightarrow 21$  (deux «1») ;...

Quel sera le jour où la description du numéro sera identique au numéro lui-même ?

### NOMBRE MYSTÉRIEUX

Ce nombre à deux chiffres, divisé par la somme de ses chiffres, donne à nouveau la somme de ses chiffres.

Quel est ce nombre ?

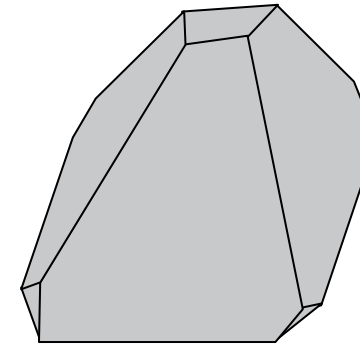
2

## Sujets niveau 1

### LA PYRAMIDE

Mathias trouve une pyramide à base carrée en bois dans le grenier de son grand-père. Les sommets de cette pyramide étant légèrement émoussés, Mathias décide de tous les couper proprement à l'aide d'une scie.

Combien le solide obtenu a-t-il d'arêtes, de sommets et de faces ?



### PARTAGE LITTÉRAL

Partagez le rectangle en quatre parties de même forme. Chaque partie doit contenir chacune des cinq lettres MATHS (deux parties sont de même forme si on peut les superposer éventuellement en retournant l'une d'elles).

Colorier ces quatre parties de quatre couleurs différentes sur la feuille réponse

M	A	T	M	S
H	A	T	S	H
A	M	S	H	T
T	S	A	M	H

### ÉNIGME

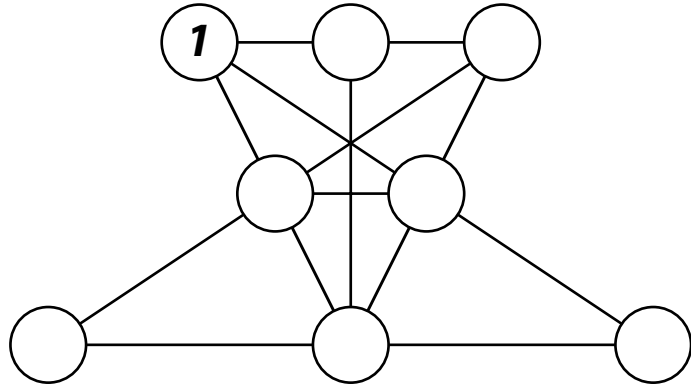
On recherche un nombre de quatre chiffres, carré d'un entier et qui a deux chiffres identiques à gauche, et deux chiffres identiques à droite.

## Sujets niveau 1

### DOUZE EN LIGNE

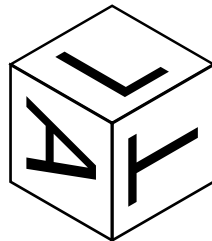
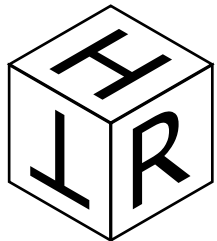
Charlie a 8 jetons numérotés de 1 à 8. Il veut les placer dans les cercles de la figure ci-dessous pour que la somme des nombres situés sur une même ligne soit toujours égale à 12. Il a déjà placé le jeton numéro 1.

**Trouver comment Charlie peut placer les autres jetons**

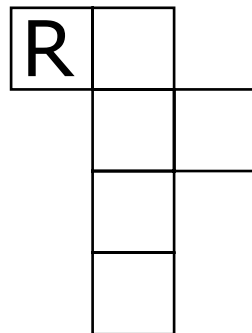


### CUBE

Trois vues du même cube sont représentées ci-dessous :



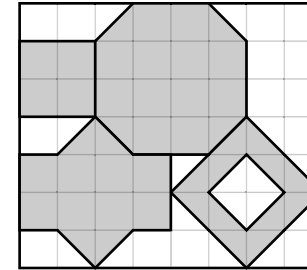
**Compléter le patron de ce cube (attention à l'orientation des lettres).**



3

## Sujets niveau 1

### MUR PEINT



Un peintre a peint les quatre figures grisées sur un mur, toujours avec la même épaisseur de peinture.

Il a utilisé :

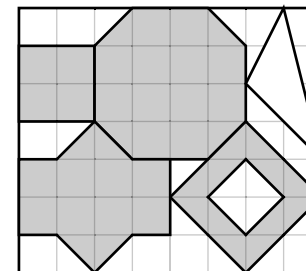
- 12 pots de peinture rouge pour une des figures
- 18 pots de peinture verte pour une autre figure
- 30 pots de peinture bleue pour une autre figure
- des pots de peinture jaune pour la dernière figure

A la fin de son travail, tous les pots étaient vides.

**Combien a-t-il utilisé de pots de peinture jaune ?**

**Colorier les figures sur la feuille réponse en utilisant les mêmes couleurs que le peintre.**

Il décide alors de peindre un triangle supplémentaire dans le coin du mur.



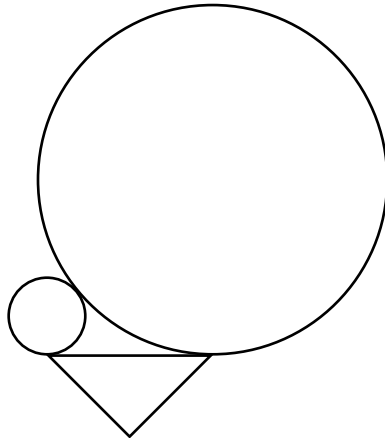
**Combien doit-il prévoir de pots de peinture pour ce triangle ?**

## Sujets niveau 2

### SANGAKU

ABC est un triangle rectangle isocèle. Les deux cercles sont tangents entre eux, et tangents en A et B à la droite (AB).

**Exprimer le plus simplement possible l'aire du triangle ABC en fonction des rayons  $r$  et  $R$  des deux cercles.**



### HÉLOÏSE ET ABÉLARD.

Héloïse habite à Trévoux et Abélard à Châtillon-sur-Chalaronne. Pour parcourir les 24 km qui les séparent, chacun prend son vélo. Héloïse part 15 minutes avant Abélard et parcourt 1 km en 3 minutes. Abélard quant à lui fait 1 km en 2 minutes.

**A quelle distance de Trévoux se retrouveront-ils ?**

### LE NOMBRE DE GNAFRON

Guignol a écrit trois nombres entiers à 3 chiffres en utilisant tous les chiffres de 1 à 9. Il additionne ces trois nombres et obtient 1575 comme résultat.

Gnafron a écrit les mêmes trois nombres puis il prend sa gomme et dans chaque nombre il échange le chiffre des dizaines et celui des unités. Il additionne alors les trois nouveaux nombres à 3 chiffres.

**Quel résultat obtient-il ?**

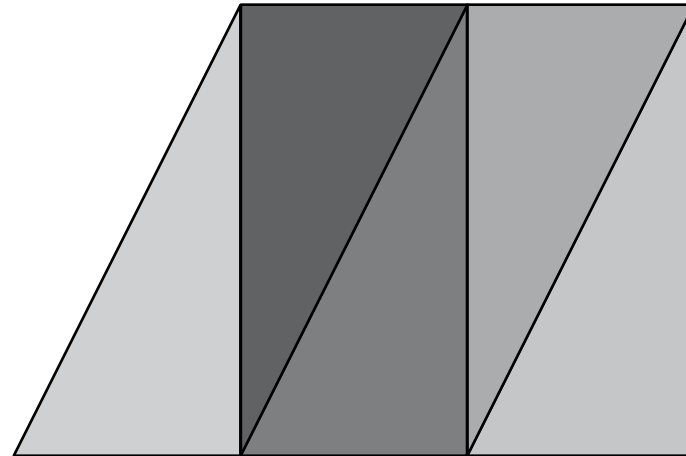
4

## Sujets niveau 2

### COMPOSITION D'UN CARRÉ

On peut composer un carré avec les 5 morceaux en découpant un des triangles en 2 parties, les autres restant entiers.

**Découper les triangles ci-dessous et les coller sur la feuille réponse pour composer un carré.**



### BIBLIOTHÈQUE

Les 27 tomes du roman « Les hommes de bonne volonté » de Jules Romain sont sagement alignés dans l'ordre de 1 à 27 sur la bibliothèque de Nicolas.

Le 24 février 2011, Nicolas décide de prendre le tome le plus à gauche (le tome 1) et de le placer au milieu des 26 tomes restants (donc à la place 14).

Le lendemain, il prend le tome le plus à droite et le pose à la place 14. Le surlendemain, il reprend le tome le plus à gauche et le pose en place 14 . . . et il continue ainsi chaque jour en alternant livre le plus à droite, livre le plus à gauche.

**Quand les 27 tomes seront rangés chacun à la même place que le 24 février 2011 pour la première fois, combien de fois au total Nicolas aura-t-il fait cette opération ?**

**Quelle sera la date du jour où cela se produira ?**

## Sujets niveau 2

### SAUT DE PUCE

Nach einem gewaltigen Sprung fällt ein Floh auf eine dieser Mosaiken.

**Bei welcher fällt sie mit größter Wahrscheinlichkeit auf Schwarz?**

Una pulga cae tras un gran salto en una de estas baldosas.

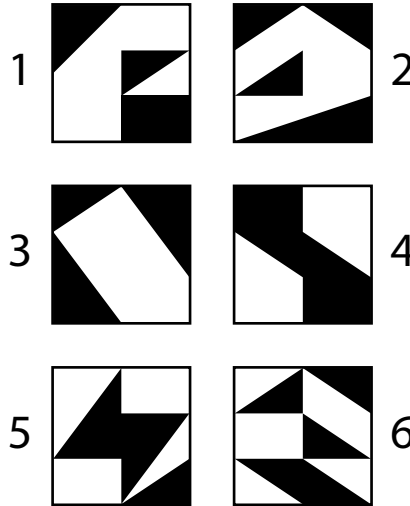
**¿En cuál de ellas es más probable que caiga sobre negro?**

Dopo un grande salto, una pulce cade su uno di questi mosaici.

**Su quale mosaico è più probabile che essa cada sul colore nero?**

A flea falls on one of these mosaics after a great jump.

**Which one is it most likely to fall on black ?**



### LE PÉRIMÈTRE DU TRIANGLE

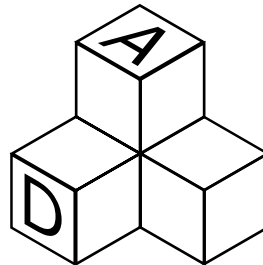
Les côtés d'un triangle mesurent des nombres entiers de cm. Le premier côté est trois fois plus long que le deuxième, et le troisième mesure 15 cm.

**Quel est au minimum, en cm, le périmètre du triangle ?**

**Quel est au maximum, en cm, le périmètre du triangle ?**

### CIRCUIT SUR CUBES

Mimi la fourmi part de D pour arriver en A. Elle court toujours du centre d'une face à celui d'une face adjacente (deux faces sont adjacentes si elles ont un côté commun). Elle ne passe jamais par une face non visible sur le dessin et ne revient pas sur une face où elle est déjà passée.



**De combien de façons Mimi peut-elle aller ainsi de D à A ?**

5

## Sujets niveau 3

### FACTORIELLES

Savez-vous ce qu'est une factorielle ? C'est le résultat de la multiplication des premiers entiers jusqu'à un certain rang. On désigne ce nombre par le rang suivi d'un « ! ». Par exemple :

$$1! = 1$$

$$2! = 1 \times 2 = 2$$

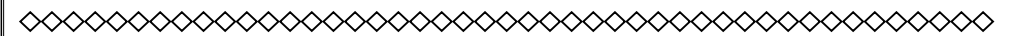
$$3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$$

$$4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$$

On lit « Factorielle 4 égale 24 ».

Intéressons nous à 2011 ! . Ce nombre astronomique s'écrit avec 5772 chiffres.

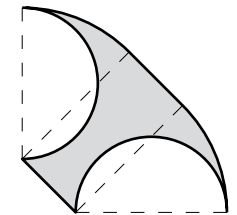
**Si on calculait  $1! + 2! + \dots + 2011!$  quels seraient les trois derniers chiffres du nombre obtenu ?**



### LÉONARD ET L'ARBALÈTE

Léonard de Vinci au 15<sup>e</sup> siècle s'est intéressé aux lunules. Il a complété la «collection» commencée par Hippocrate au 5<sup>e</sup> siècle avant JC. Parmi les 172 lunules qu'il a décrites et dessinées, l'une pourrait s'appeler l'arbalète de Léonard. Nous vous donnons un schéma, ses dimensions principales et des éléments de sa construction.

- $AB = 20$  cm
- $AC = 10$  cm
- un cercle de diamètre  $[AB]$
- un cercle de centre A et de rayon 20 cm
- un angle de 45°
- un rectangle de largeur AC et de longueur AB
- une symétrie axiale



**Dessiner l'arbalète de Léonard à l'échelle 1/4 sur la feuille réponse.**

**Calculer l'aire en  $\text{cm}^2$  de l'arbalète de Léonard, en vraie grandeur, et sur votre dessin.**

### LES DEUX BOUGIES

Problemas con el fluido eléctrico : la luz del apartamento se apagó.

Yo prendo dos velas nuevas, igual de largas cada una, pero de diferente ancho . La más ancha se quema enteramente en cinco horas y la más fina en cuatro horas.

Cuando la luz llega, una de las velas es cuatro veces más larga que la otra.

#### ¿ Cuánto tiempo duró el corte de luz ?

Power failure : the lights go out in the flat .

I then light two candles. They are new and of the same length but of different thickness. The thickest burns completely within five hours and the thinnest in four hours .

When the current is back one of my candles is four times longer than the other one .

#### How long did the power cut last ?

Guasto elettrico : va via la luce a casa.

Di conseguenza accendo due candele. Sono nuove, della stessa lunghezza ma di grossezze diverse. Quella più grossa si consuma interamente in 5 ore e quella più sottile in 4 ore.

Quando torna l'elettricità, una delle mie candele è quattro volte più lunga dell'altra.

#### Quanto tempo è durato il guasto elettrico ?

Stromausfall: in der Wohnung geht das Licht aus.

Ich zünde dann zwei Kerzen an. Beide sind neu, von der selben Länge, aber von unterschiedlicher Dicke. Die Dickere brennt in 5 Stunden völlig aus, und die Dünnere in 4 Stunden.

Wenn der Strom zurückkommt, ist eine meiner Kerzen viermal länger als die andere.

#### Wie lange hat der Stromausfall gedauert?

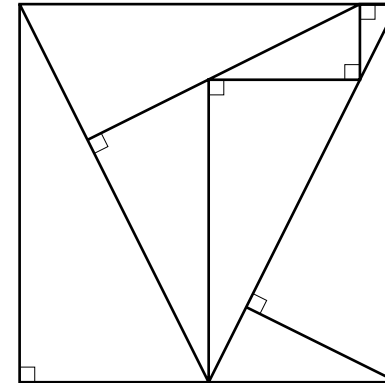
### HUIT TRIANGLES POUR UN CARRÉ

Un carré est découpé en 8 triangles rectangles.

Les triangles, tous différents, ont tous les propriétés suivantes :

- la longueur d'un côté de l'angle droit est le double de la longueur d'un autre côté de ce triangle,
- l'aire du triangle (en  $\text{cm}^2$ ) est un entier.

**Quelle est, au minimum, l'aire de ce carré (en  $\text{cm}^2$ ) ?**



### LES TROIS HORLOGES

Il y a trois grandes horloges à aiguilles à la maison. Le 24 février 2011, à midi, elles marquent toutes l'heure exacte.

Mais seule la première horloge reste toujours à l'heure exacte, alors que la deuxième retarde d'une minute par jour et que la troisième avance d'une minute par jour.

**Quel jour et à quelle heure les trois horloges indiqueront-elles à nouveau l'heure exacte pour la première fois ?**



### ÂGES ET CARRÉS

Trois personnes remarquent que si on ajoute deux à deux leurs âges de toutes les manières possibles, on obtient les carrés de trois entiers successifs. L'une d'elles a plus de 31 ans et moins de 45 ans.

**Quels sont leurs trois âges ?**

## Affiche

### Liste des exercices pouvant être illustrés :

- Les trois horloges
- Saut de puce
- Les deux bougies
- L'arbalète de Léonard
- Des étagères bien rangées
- Mur peint

L'affiche doit obligatoirement être réalisée sur la feuille réponse prévue à cet effet (format A3). Ne pas oublier de compléter le verso.

Plusieurs feuilles réponses sont mises à votre disposition pour faire des essais d'affiche, mais une seule devra être envoyée à la correction.

Le jury attribuera à l'affiche une note sur 6 points en tenant compte à la fois de son esthétique, de son originalité et de l'adéquation avec le thème de l'exercice illustré.

### **Ne sera donc pas prise en compte dans la correction :**

- une affiche réalisée sur un support autre que la feuille réponse (**même si celui-ci est collé au dos de la feuille réponse**)
- une affiche dont le verso n'est pas complété correctement
- une affiche qui n'illustre pas l'un des exercices de cette liste
- une affiche réalisée par une classe qui aurait envoyé plusieurs affiches à la correction

7

## Problème ouvert

*(pour les classes qui ont participé à cette recherche)*

*La réponse de la classe sera proposée sur une feuille A3 (recto uniquement) et sera renvoyée avec les feuilles réponses des épreuves écrites du rallye.*

*Inscrire au verso de cette feuille le nom de la classe, l'établissement et le numéro d'inscription de la classe.*

### **Cette réponse peut comporter :**

- *de nouvelles questions à aborder*
- *des définitions de concepts utiles à la recherche*
- *des utilisations d'outils informatiques*
- *des représentations du problème dans différents domaines mathématiques*
- *des conjectures argumentées*
- *des résultats avec leur démonstration*

### **Le jury attribuera un prix spécial pour ce problème en prenant en compte :**

- *l'originalité des recherches*
- *la rigueur des démonstrations*
- *la clarté des explications*
- *la présentation et la lisibilité de la réponse*

Les feuilles réponses, l’affiche et la réponse au problème ouvert  
sont à renvoyer à l’adresse ci-dessous  
et doivent **impérativement** être postées  
**au plus tard le samedi 26 février 2011**

L’adresse doit être recopiée précisément, mais vous pouvez aussi découper cette feuille pour  
avoir une étiquette !

<p>RALLYE MATHÉMATIQUE Académie de LYON Secrétariat IPR</p> <p>92 rue de Marseille BP 7227 69354 Lyon Cedex 07</p>
--

Si plusieurs classes du même établissement participent au rallye, merci de regrouper toutes  
les réponses dans une seule enveloppe contenant

- pour chaque classe : l’affiche pliée en deux avec les feuilles réponses de la classe à l’intérieur
- pour l’ensemble des classes de l’établissement: les réponses au problème ouvert pliées ensemble

Les 7 pages de sujets sont à photocopier :

- d’une part en agrandissement au format A3, pour affichage dans la classe
- d’autre part en format A4 en plusieurs exemplaires à disposition des élèves

**Le numéro d’inscription est celui que vous avez reçu par mail.  
Merci de le reporter sur chaque feuille réponse.**

Feuilles réponses ordinaires : ne pas oublier de remplir l’en-tête, et ne rien écrire dans les cases grisées.

Feuille réponse pour l’affiche : 4 photocopies en format A3 seront fournies à la classe, pour que plusieurs  
essais puissent être faits par la classe. Une seule affiche par classe sera  
envoyée. (s’il y a plusieurs affiches, elles ne seront pas corrigées)



# Réponses (niveau 1)

Classe :

Etablissement :

N° d'inscription :

Département :  01  42  69

Commune :

## Lunettes

Réponse :  élèves

## Un grand tapis

Réponse :  m<sup>2</sup>

## Une année magique

Réponse :  années

## Des étagères bien rangées

Verre :  dl

Pot :  dl

## Le calendrier de Mathilde

Réponse :  mars

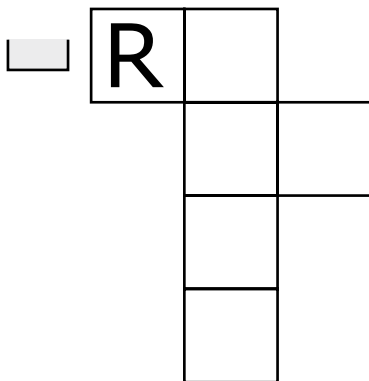
## Nombre mystérieux

Réponse :

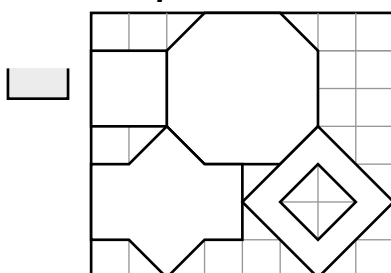
## Enigme

Réponse :

## Cube



## Mur peint



Nombre de pots de peinture jaune :

Nombre de pots supplémentaires :

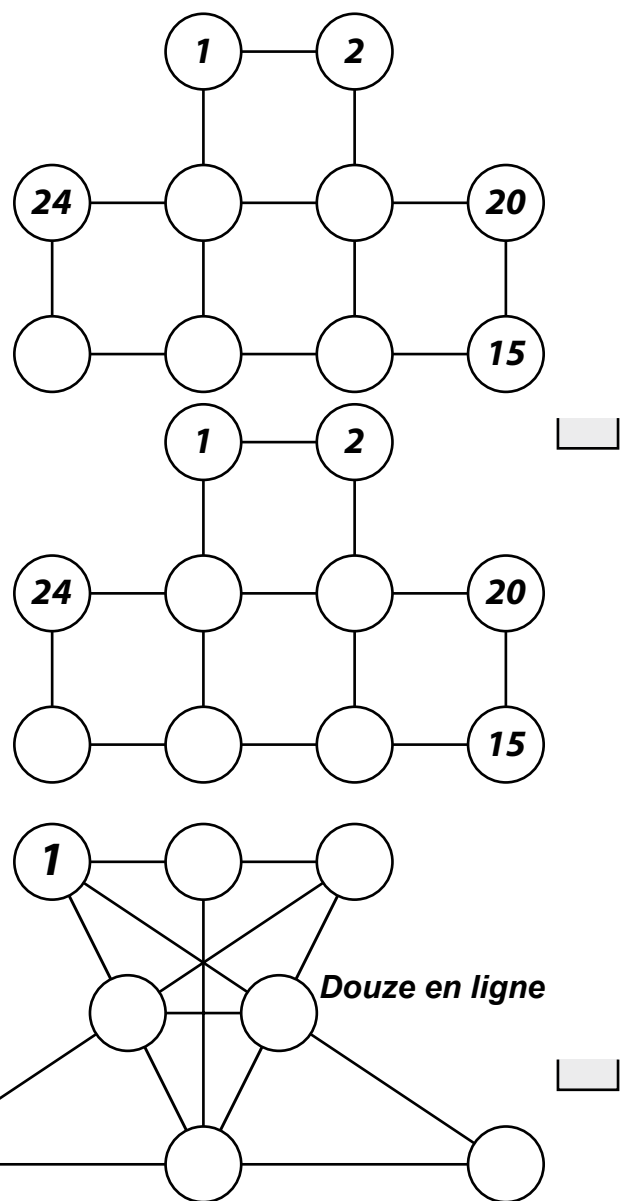
## La pyramide

Réponse :  arêtes  sommets  faces

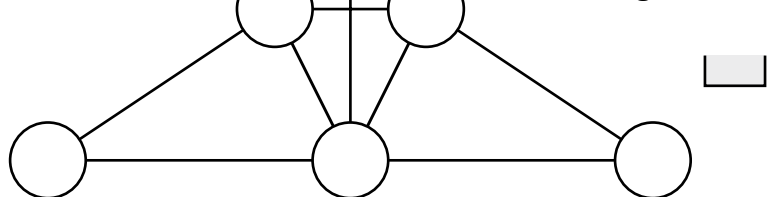
## Partage littéral

M	A	T	M	S
H	A	T	S	H
A	M	S	H	T
T	S	A	M	H

## Produits en croix



## Douze en ligne



Total niveau 1 :

# Réponses (niveau 2)

N° d'inscription :

Classe :

Département :  01  42  69

Etablissement :

Commune :

## ***Sangaku***

Aire du triangle :

## ***Héloïse et Abélard***

Réponse :  km

## ***Le nombre de Gnafron***

Réponse :

## ***Saut de puce***

Réponse :

## ***Le périmètre du triangle***

Minimum :  cm

Maximum :  cm

## ***Circuit sur cubes***

Réponse :

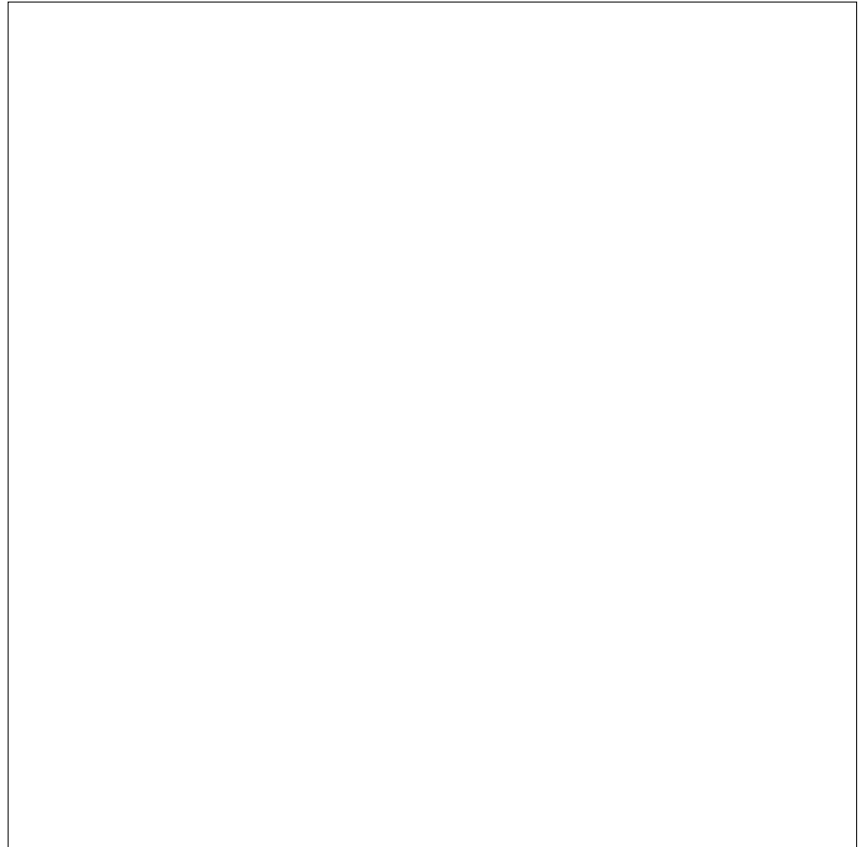
## ***Bibliothèque***

Nombre :

Date :

## ***Composition d'un carré***

Coller les morceaux ci-dessous



Total niveau 2 :

# Réponses (niveau 3)

N° d'inscription :

Classe :

Département :  01  42  69

Etablissement :

Commune :

## Factorielles

Trois derniers chiffres de  $1! + 2! + \dots + 2011!$  :

## Huit triangles pour un carré

Réponse :  cm<sup>2</sup>

## Les deux bougies

Réponse en heures, minutes et secondes :

## Les trois horloges

Les trois horloges seront à l'heure exacte le  /  /  à

## Âges et carrés

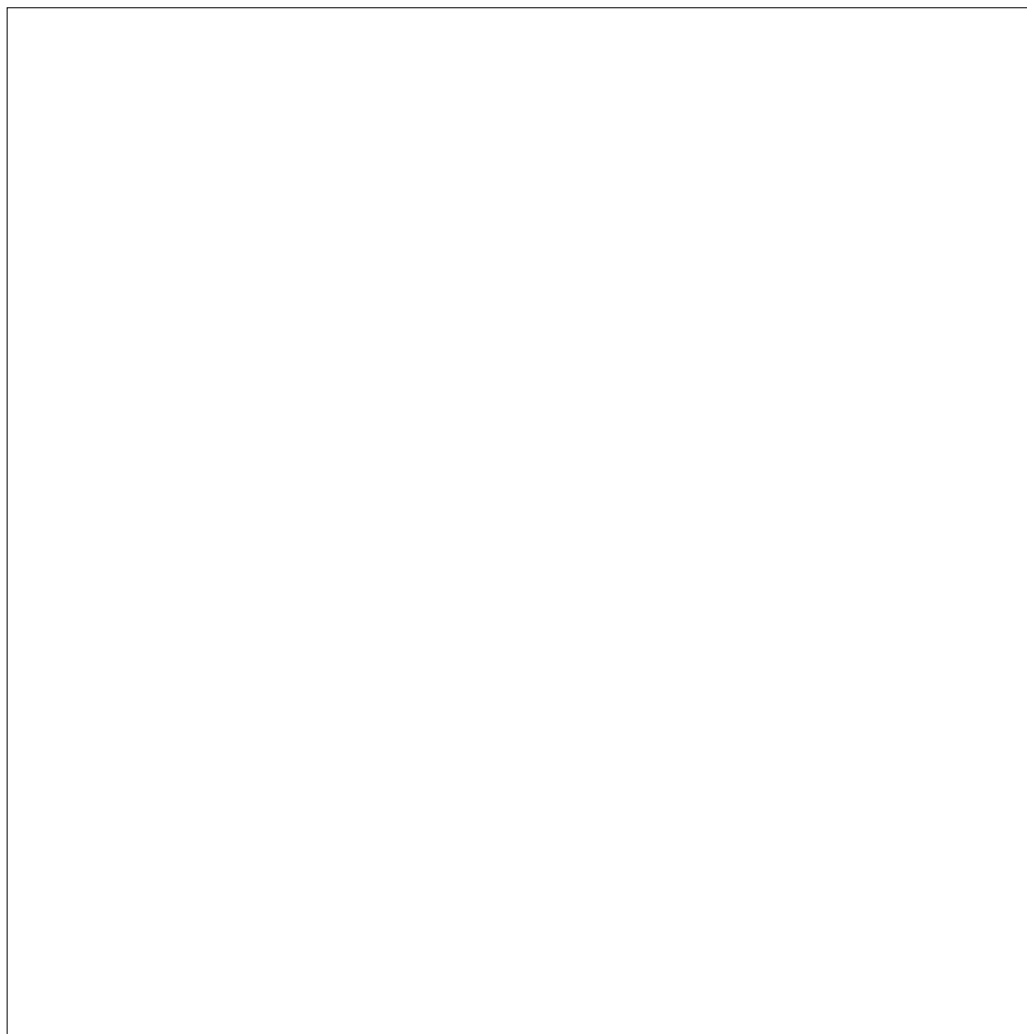
Âges en ordre croissant :

## Léonard et l'arbalète

Aire en vraie grandeur :  cm<sup>2</sup>

Aire sur le dessin :  cm<sup>2</sup>

Dessiner l'arbalète ci-dessous



Total niveau 3 :

## Récapitulatif

Total niveau 1 :

Total niveau 2 :

Total niveau 3 :

Affiche :

Total :

N° d'inscription :

# Feuille de réponse pour l'affiche

(à photocopier en format A3)

Classe :

Département :  01  42  69

Etablissement :

Commune :

---

L'EXERCICE ILLUSTRÉ AU RECTO DE CETTE FEUILLE EST (COCHER LA CASE) :

- Les trois horloges
- Saut de puce
- Les deux bougies
- Léonard et l'arbalète
- Des étagères bien rangées
- Mur peint