

Problème ouvert

Rallye mathématique de l'Académie de Lyon

17 janvier 2011

- Les seules opérations considérées sont l'addition, la soustraction, la multiplication et la division.
 - On peut utiliser des parenthèses.
 - Les règles qui s'appliquent sont les règles habituelles du calcul numérique.
- Soit a un nombre entier positif.
- On appelle chaîne de a une suite d'opérations qui n'utilisent que le nombre a .
 - On appelle valeur de la chaîne le résultat du calcul.
 - On appelle longueur de la chaîne le nombre d'opérations.

Exemples

Avec $a = 6$

$6 \times 6 \div 6 - (6 \div 6 + 6)$ est une chaîne de 6 de longueur 5 dont la valeur est -1.

Avec $a = 7$

$7 \times 7 \times 7 \times (7 - 7 \div 7) - 7 \times 7 + (7 + 7) \div 7$ est une chaîne de 7 de longueur 10 dont la valeur est 2011.

Avec $a = 2011$

$2011 \div (2011 + 2011)$ est une chaîne de 2011 de longueur 2 dont la valeur est $\frac{1}{2}$.

Toutes sortes de questions peuvent être abordées

En voici quelques exemples :

1. Pour une chaîne de a de longueur donnée, quelle est la plus grande valeur ? La plus petite ?
2. Pour un nombre a donné, quelles sont les valeurs atteintes ?
3. Combien y a-t-il de valeurs distinctes pour une longueur de chaîne donnée ?
4. ...

Vous pouvez explorer ces questions ou vous en poser d'autres. . .

A vous de jouer !

Consignes pour le problème ouvert

- L'énoncé du problème ouvert est distribué aux classes à partir du 17 janvier 2011.
- L'enseignant propose le problème à la classe et lui explique le principe d'un problème ouvert. Il incite ensuite régulièrement les élèves à explorer le problème, sans leur donner d'indications ni de solutions.
- La recherche se fait a priori essentiellement en dehors des heures de cours et en autonomie.
- Tous les moyens de calcul sont autorisés.
- La classe devra se mettre d'accord sur les résultats qui lui semblent les plus significatifs ou originaux pour les proposer comme réponse de la classe.
- La réponse de la classe sera proposée sur une feuille A3 (recto uniquement) et sera renvoyée le 24 février 2011 avec les feuilles réponses des épreuves écrites du rallye. Inscrire au verso de cette feuille le numéro d'inscription de la classe.
- Cette réponse peut comporter :
 - de nouvelles questions à aborder
 - des définitions de concepts utiles à la recherche
 - des utilisations d'outils informatiques
 - des représentations du problème dans différents domaines mathématiques
 - des conjectures argumentées
 - des résultats avec leur démonstration
- Les critères d'évaluation seront :
 - l'originalité des recherches
 - la rigueur des démonstrations
 - la clarté des explications
 - la présentation et la lisibilité de la réponse