

# 1 Enoncé

Cette année, le problème ouvert du rallye est encore une question de grilles ! On se donne une grille rectangulaire de 3 lignes et 6 colonnes.

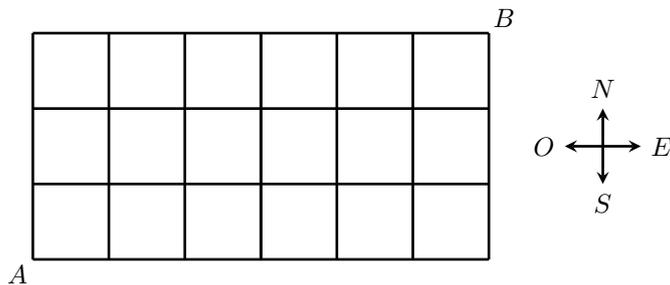


FIGURE 1 – la grille de départ

On veut se déplacer sur les segments de cette grille pour aller du point  $A$  au point  $B$ . On ne peut se déplacer que dans les directions  $E$  et  $N$  (voir sur le dessin).

## Partie 1

Combien de chemins différents conduisent de  $A$  à  $B$  ?

Et si la grille était une grille de  $n$  colonnes et de  $p$  lignes ? (n'hésitez pas à faire des essais avec des valeurs de  $n$  et de  $p$  !)

## Partie 2

Toujours sur les mêmes grilles, la règle change ! Dès que l'on atteint le bord supérieur ou le bord droit, les déplacements autorisés changent et on ne peut plus se déplacer qu'en utilisant les directions  $O$  et  $S$ .

Combien de chemins partent de  $A$  et reviennent à  $A$  ?

## Partie 3

Et si maintenant la grille était dessinée dans l'espace. Les déplacements autorisés sont  $E$ ,  $N$ ,  $P$  (voir figure 2).

Combien de chemins mènent de  $A$  à  $B$  dans un parallélépipède  $n \times m \times p$  ?

Et s'il y avait des rebonds ?

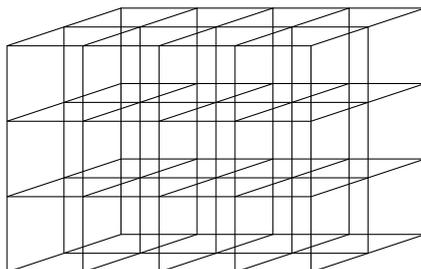


FIGURE 2 – Une grille  $4 \times 3 \times 2$