

Problème ouvert 2020

Le groupe Problème ouvert du Rallye Mathématique de l'Académie de Lyon

17 janvier 2020

1 Présentation du problème

Dans une pièce polygonale obscure, j'utilise un pointeur laser qui se reflète sur les murs de telle sorte que l'angle d'incidence soit égal à l'angle de réflexion. Autrement dit, si le rayon arrive sur le mur avec un angle de α degré, il en repart avec le même angle comme indiqué sur la figure 1.

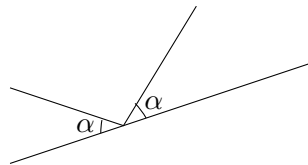


FIGURE 1 – Reflet du laser sur le mur

Dans un premier temps, nous considérerons que les polygones sont réguliers. Ainsi, le triangle sera équilatéral, le quadrilatère, un carré, le pentagone, un pentagone régulier, etc.

On suppose d'abord que la pièce est de forme triangulaire ; c'est à dire, comme nous venons de le voir, un triangle équilatéral. On place la source du laser sur un des côtés et on vise un autre côté.

La figure 2 montre une trajectoire qui revient à son point de départ (une trajectoire fermée), et une autre qui n'est pas fermée.

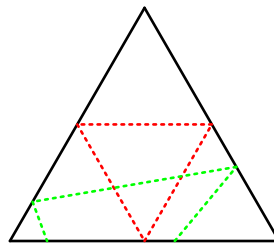


FIGURE 2 – Une trajectoire fermée et une trajectoire qui ne l'est pas

Nous nous intéressons dans ce problème uniquement aux trajectoires fermées, c'est-à-dire aux trajectoires qui partent d'un point d'un côté, qui rebondissent sur tous les autres côtés, et qui reviennent à leur point de départ.

Des questions que l'on peut se poser

Existe-t-il d'autres trajectoires fermées dans le triangle équilatéral? Si non, pourquoi n'y en a-t-il pas d'autres que celle montrée sur la figure 2 et qui joint les milieux des côtés du triangle? Si oui, construisez en une autre! A quelle(s) condition(s) un trajet de lumière sera fermé?

Mais en fait, ces questions peuvent se poser de la même manière si la pièce est un carré (un quadrilatère régulier), ou un pentagone régulier, ou un hexagone régulier, ou ... et d'une façon générale dans un polygone régulier à n côtés.

Et si maintenant, les polygones n'étaient pas réguliers?

Explorez ce problème, répondez aux questions, proposez des conjectures, des démonstrations, des constructions, posez vous (et posez nous) d'autres question, bref, faites des mathématiques!

Vos réponses sont à envoyer à l'adresse : pbouvertmal@gmail.com