

Rallye mathématique de l'Académie de Lyon

Problème ouvert 2025

Pour le problème ouvert 2025, comme l'an passé, nous vous proposons cinq énoncés. Dans l'épreuve écrite du 14 février figureront des exercices liés aux problèmes ouverts.

Pourquoi ?

Parce que choisir un problème à résoudre est souvent une question de goût, d'attirance, d'attrait ou d'affinité pour une partie ou une autre des mathématiques. Pour certains, un défi géométrique sera le point de départ de longues réflexions, pour d'autres, manipuler des nombres et comprendre leurs propriétés est l'assurance d'un plaisir à venir... Alors, nous vous proposons un choix de problèmes !

Comment ?

Bien sûr, le but du jeu n'est pas de tous les traiter ! Ce que nous attendons des élèves pour cette épreuve de problème ouvert, c'est soit un « butinage » des problèmes pour émettre des conjectures, des idées, des réflexions, éventuellement trouver des résultats ; soit un approfondissement d'un seul problème, en regardant ses tenants et aboutissants, sa résolution, et éventuellement des prolongements.

Toutes les recherches seront prises en compte, toutes les attitudes devant ces problèmes seront considérées ; il n'y a pas de bonne ou de mauvaise façon d'aborder cette épreuve pourvu que vos élèves entrent à un moment donné dans une démarche mathématique.

L'évaluation

L'évaluation que nous ferons des propositions des élèves s'appuiera sur des critères portant sur :

- la présentation des recherches : elle pourra prendre des formes diverses : papier, vidéo, image(s), poster, présentation numérique,...
- l'originalité des réflexions, des questions posées au-delà du problème,
- la rigueur des raisonnements proposés,
- la précision des constructions et des représentations,

Pratiquement

Les dates de recherche du problème ouvert : **du 17 janvier 2025 au 16 mars 2025.**

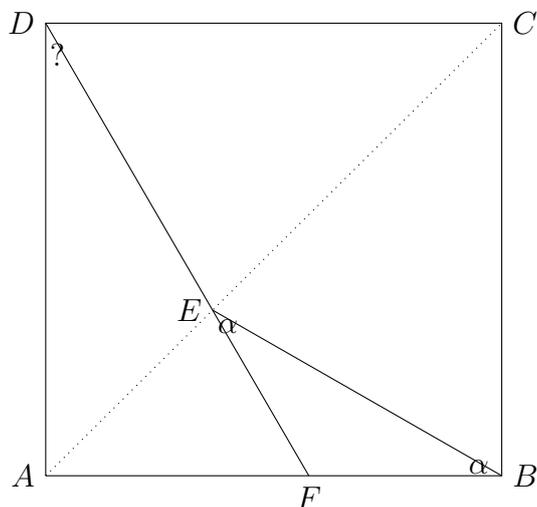
Toutes les propositions seront évaluées et les points obtenus seront pris en compte dans le décompte total des points de la classe pour le Rallye.

Elles sont à envoyer à : **pbouvertrmal@gmail.com**

Un prix spécial Problème ouvert sera accordé à la meilleure réponse lors de la cérémonie de la finale du Rallye 2025.

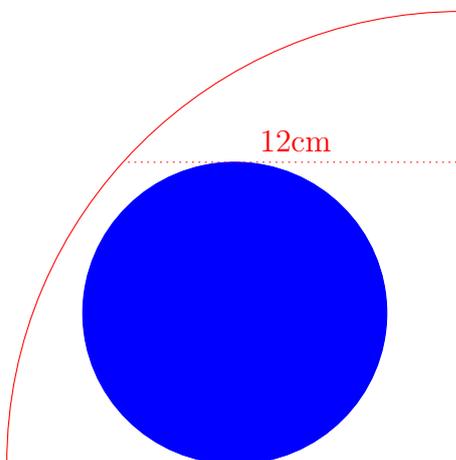
1 Premier problème

$ABCD$ est un carré. Le triangle EFB est isocèle de sommet F . Que vaut l'angle \widehat{ADF} ?



2 Deuxième problème

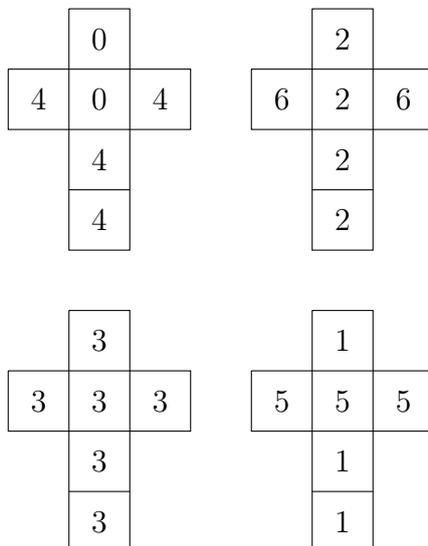
Quelle est la mesure de la surface qui n'est pas bleue ?



3 Troisième problème

On dispose des quatre dés ci-dessous. Le jeu se joue à deux joueurs. Le premier choisit un des dés, puis le second choisit un dé parmi les trois restants. Ils lancent tous les deux le dé. Celui qui gagne est celui qui obtient le plus grand nombre.

Quelle stratégie utiliseriez vous pour avoir le plus de chance de gagner ?



Pouvez-vous trouver d'autres dés, avec au moins deux "petites" valeurs sur chaque dés, qui donneraient au premier joueur une probabilité plus grande de gagner ?

4 Quatrième problème

Un nombre premier est un nombre entier positif qui a exactement deux diviseurs (2, 3, 5, 7, 11, ...).

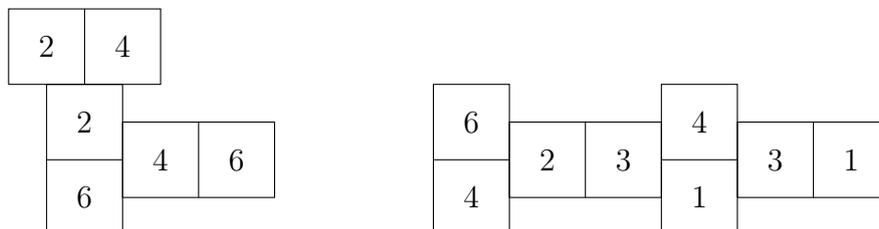
Est-ce qu'il existe un nombre premier p qui soit somme et différence de deux nombres premiers ; autrement dit est-ce qu'il existe un entier premier p tel que :

$$\begin{aligned} p &= p_1 + q_1 && \text{avec } p_1 \text{ et } q_1 \text{ premiers} \\ p &= p_2 - q_2 && \text{avec } p_2 \text{ et } q_2 \text{ premiers} \end{aligned}$$

S'il en existe, trouvez les tous !

5 Cinquième problème

On fabrique une chaîne de dominos mais en utilisant la différence des nombres notés sur le domino. Par exemple :



On utilise des dominos avec les seuls nombres 0, 1 et 2 : il y en a 6. Peut-on créer une chaîne avec ces 6 dominos ? en ligne ou en escalier ?

Maintenant on utilise des dominos avec les nombres 0, 1, 2, 3. Peut-on créer une chaîne avec tous les dominos ?

Et avec des dominos comprenant les nombres de 0 à 4 ? de 0 à 5 ? de 0 à 6 ? etc.