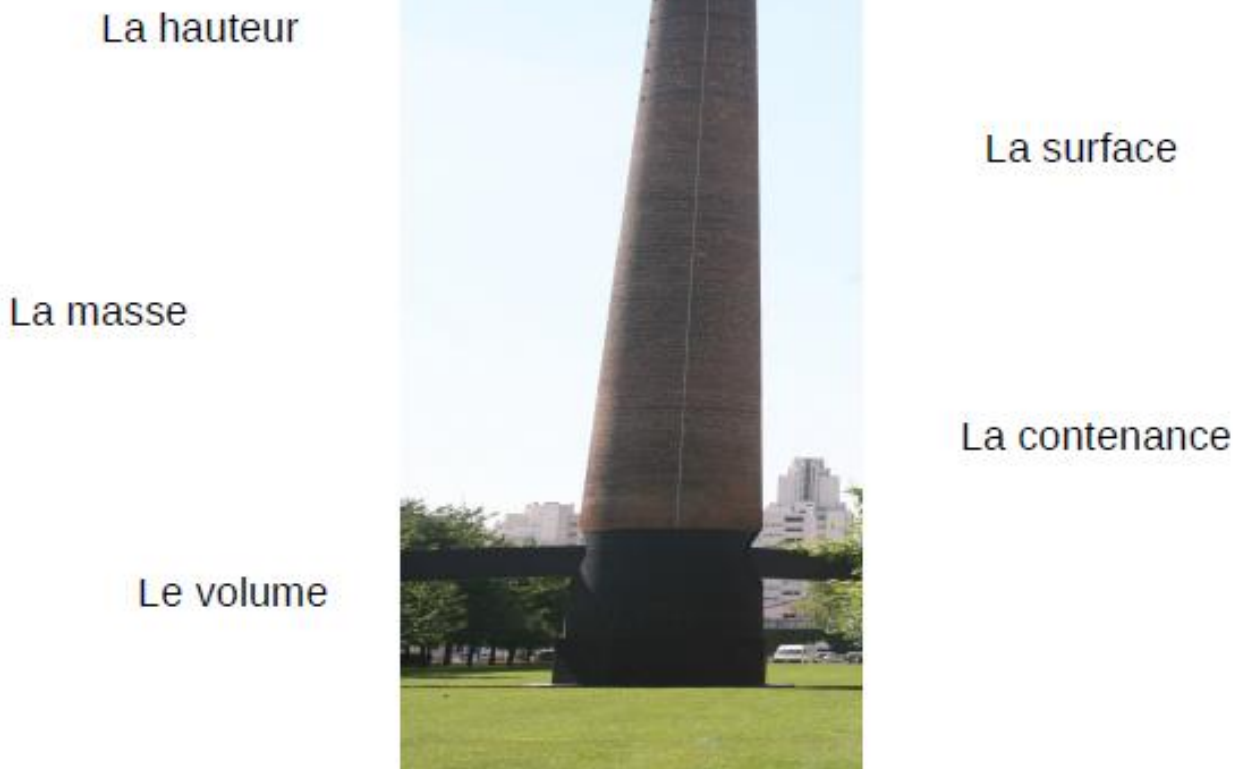


Vues de la cheminée

*Un objet est associé à différentes grandeurs.
Cela permet de préciser sous quel point de vue on l'étudie.*



AMV-Le Rize

©Gilles Michallet/ville de Villeurbanne.

Dans chaque cas, expliquez le choix de modélisation que vous avez fait et la méthode que vous avez choisie pour calculer une estimation fiable de la grandeur inaccessible.

Piste Verte : Pouvez-vous calculer la hauteur de la cheminée ?

Piste Rouge : Pouvez-vous calculer la surface de la cheminée ?

Connaître sa surface est utile pour estimer la quantité de vernis protecteur à appliquer pour que la cheminée continue à traverser le temps.

Piste Noire : Pouvez-vous calculer la masse de la passerelle ?

La passerelle est composée d'acier E24 qui a pour masse volumique $7,85 \text{ kg/dm}^3$

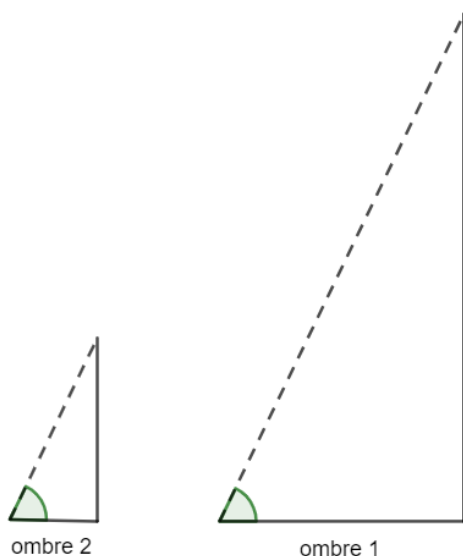


Piste verte

La hauteur de la cheminée mesure 40 mètres.

On peut estimer cette hauteur de plusieurs façons :

Méthode 1 : Utilisation du théorème de Thalès



Ombre 2 désigne la longueur de l'ombre du morceau de bois placé à la verticale.

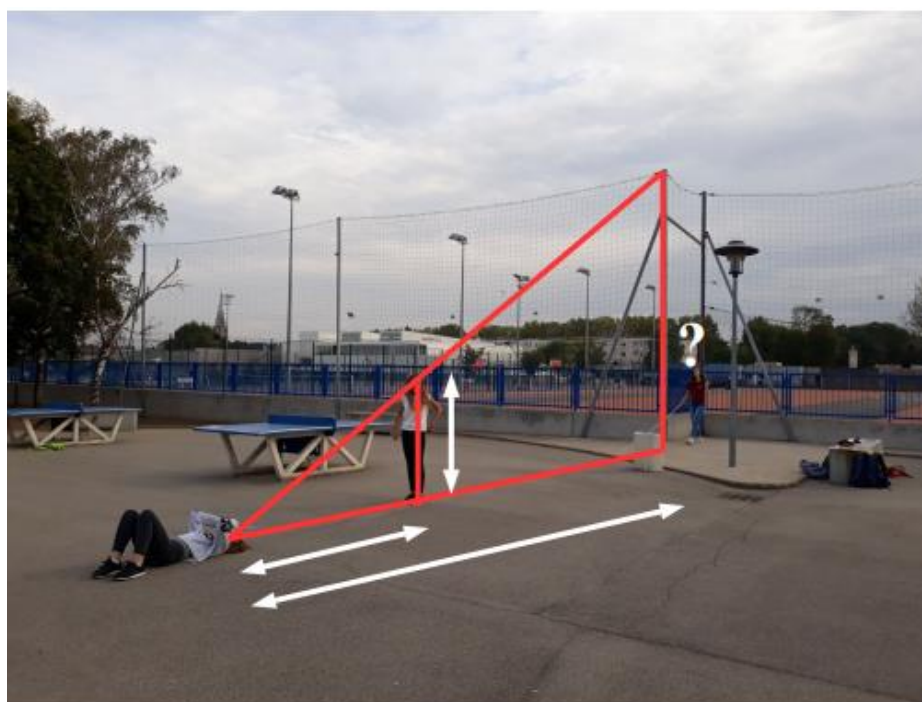
Ombre 1 désigne l'ombre de la cheminée.

D'après le théorème de Thalès, il y a proportionnalité des longueurs des deux triangles tracés :

$$\frac{\text{ombre 1}}{\text{ombre 2}} = \frac{\text{hauteur de la cheminée}}{\text{longueur du morceau de bois}}$$

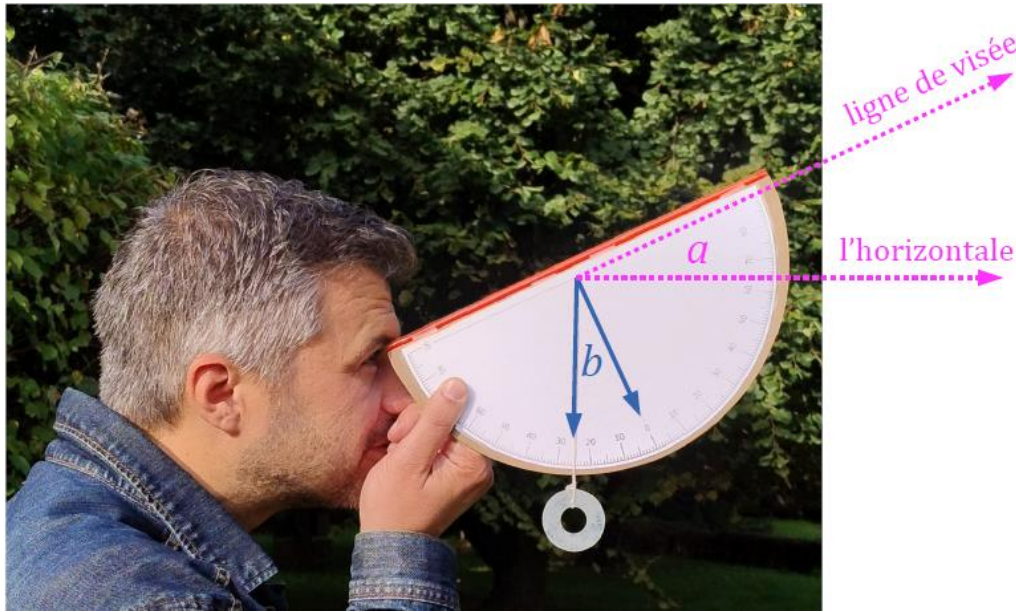
Remarques :

- On peut prendre un bâton mais une personne peut elle-même jouer le rôle du bâton et mesurer sa propre ombre.
- S'il n'y a pas de soleil, on peut utiliser le théorème de Thalès en se couchant par terre de la façon suivante :



Méthode 2 : Utilisation d'un inclinomètre et de la trigonométrie

L'inclinomètre : C'est un instrument servant à mesurer des angles verticaux par rapport à l'horizontale.



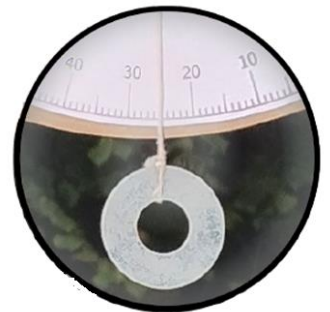
Mode d'emploi :

L'objectif est de mesurer l'angle a entre l'horizontale et la ligne de visée. On peut montrer que l'angle a et l'angle b ont la même mesure.

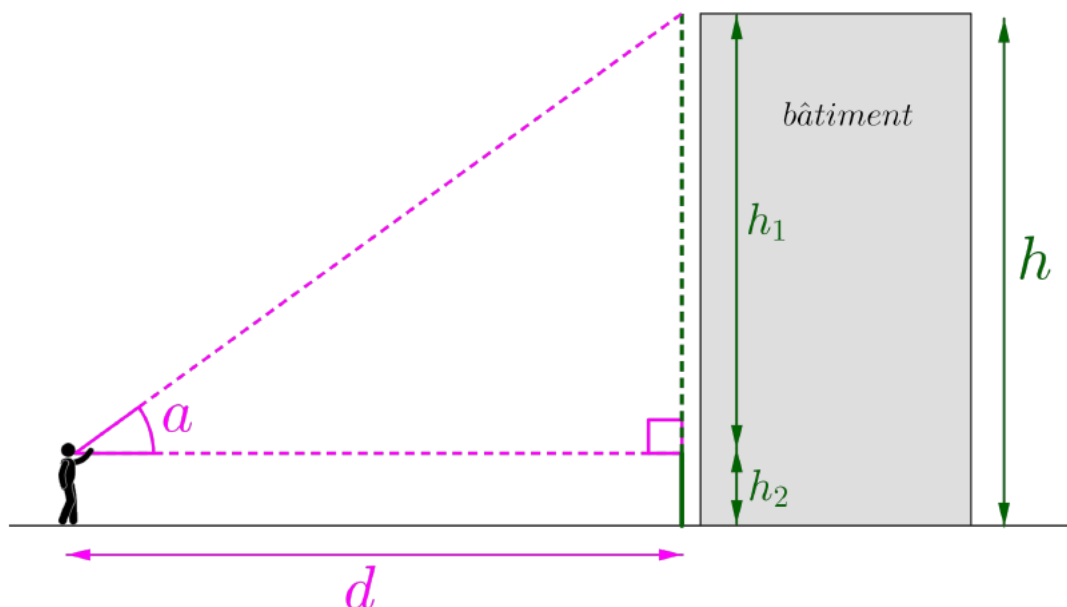
Pour cela, l'observateur vise tout d'abord le haut du bâtiment avec l'inclinomètre.

Pendant ce temps, une autre personne lit sur quelle graduation passe le fil à plomb.

Exemple : sur l'image, la graduation lue est 25° donc l'angle b mesure 25° et l'angle a mesure 25° .



Utilisation de l'angle :



d désigne la distance entre l'observateur et le monument.

h_1 désigne la hauteur « inaccessible ».

h_2 désigne la hauteur à laquelle on travaille. On la connaît.

La hauteur cherchée est $h = h_1 + h_2$.

Avec l'inclinomètre, on mesure l'angle a .

On a $\tan(a) = \frac{h_2}{d}$ donc $h_2 = d \times \tan(a)$

Méthode 3 : Utilisation de la proportionnalité

Les longueurs réelles et les longueurs sur la photo sont proportionnelles.

On mesure alors :

- la longueur réelle de la base de la cheminée
- la longueur de la base sur la photo
- la hauteur de la cheminée sur la photo

La hauteur réelle de la cheminée se calcule alors par proportionnalité.



Piste rouge

La surface de la cheminée est environ de $918,6 \text{ m}^2$

La cheminée est un cône tronqué.

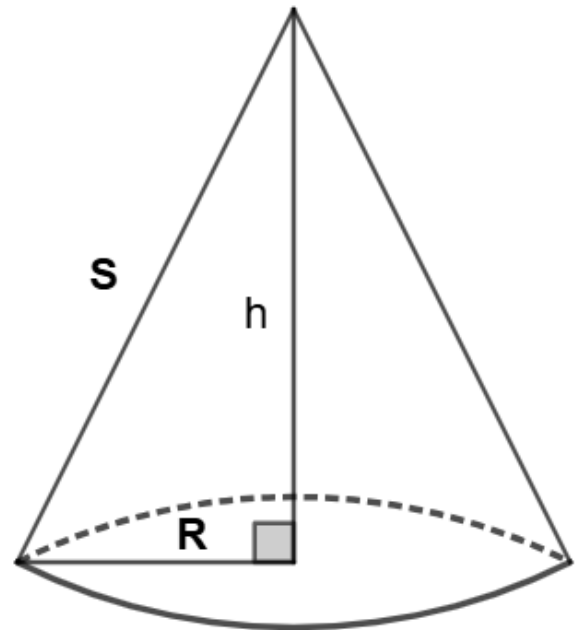
Pour bien comprendre les calculs qui suivent, étudions d'abord un cône « complet » :

h est la hauteur de ce cône.

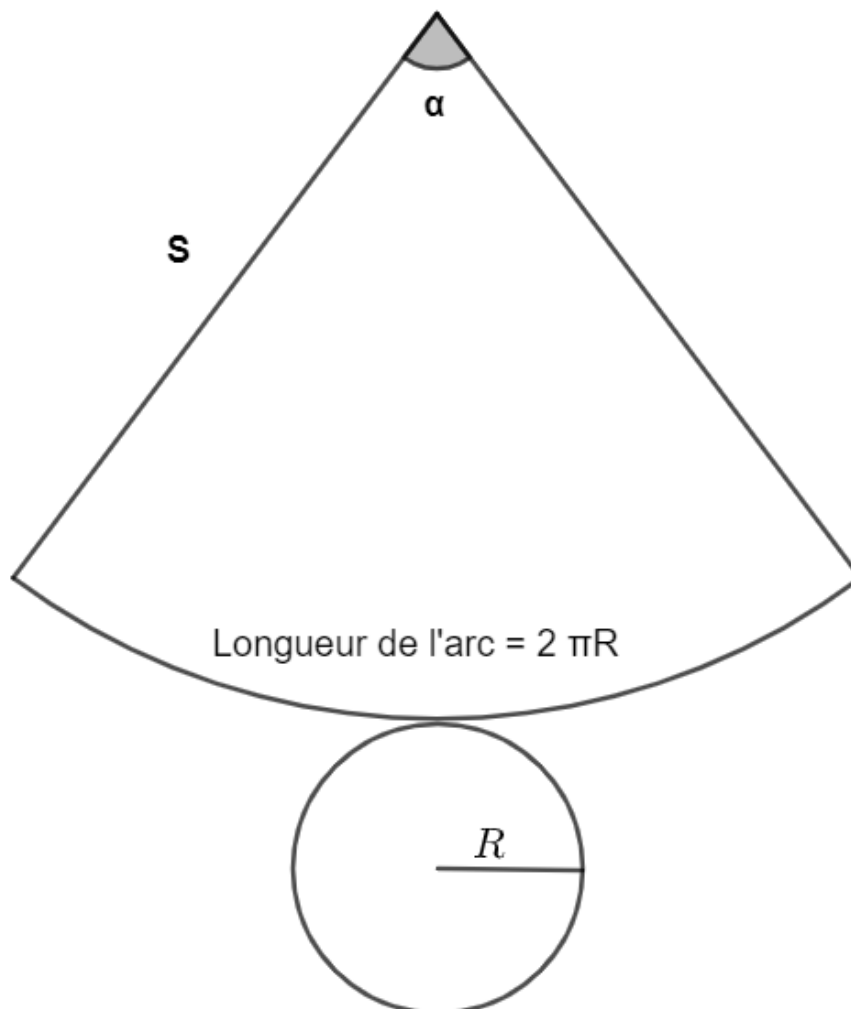
R est le rayon de la base de ce cône.

S est la longueur de l'arête. On peut la calculer connaissant h et R en utilisant le théorème de Pythagore :

$$S = \sqrt{h^2 + R^2}$$



Voici le patron de ce cône :



La longueur de l'arc dessiné correspond au périmètre du cercle de la base du cône. Celle longueur vaut donc $2\pi R$.

Pour obtenir le calcul de la surface de cette figure, il faut d'abord calculer α .

On l'obtient par proportionnalité.

En effet, avec un angle de 360° , on obtient un cercle de rayon S , donc de périmètre $2\pi S$.

On a alors :

$$\frac{2\pi S}{360} = \frac{2\pi R}{\alpha}$$

Donc :

$$\alpha = \frac{2\pi R}{2\pi S} \times 360$$

Autre remarque avant de commencer les calculs : il faut bien comprendre qu'il s'agit de faire des estimations de longueurs inaccessibles.

Il sera difficile d'être précis. On convient d'arrondir à 0,1 m les calculs effectués. On peut garder en tête que les approximations effectuées au fur et à mesure des calculs accentuent l'imprécision des résultats.

La cheminée est un cône tronqué.

C'est-à-dire de la forme représentée ci-contre :

Ici, h_2 représente la hauteur de la cheminée

On a calculé (piste verte) la hauteur du monument.

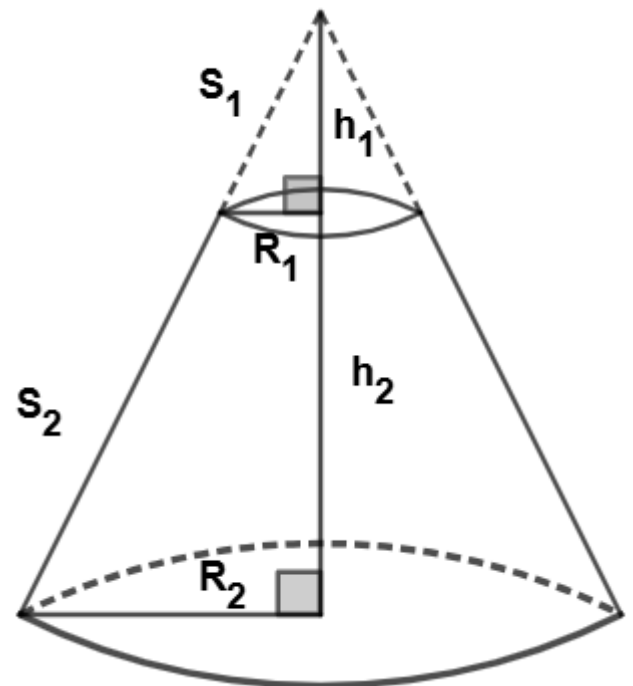
On peut donc prendre $h_2 = 40$ m.

R_2 est le rayon du cercle de base de la cheminée. On

peut mesurer cette base, on trouve $R_2 \approx 4,5$ m.

R_1 est le rayon du cercle du haut de la cheminée.

Avec la photographie et de la proportionnalité, on peut estimer $R_1 \approx 2,8$ m.



D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{S_1}{S_1 + S_2} = \frac{h_1}{h_1 + h_2}$$

Ainsi,

$$\frac{2,8}{4,5} = \frac{h_1}{h_1 + 40}$$

On peut déduire de ce calcul la hauteur h_1 :

Donc $4,5h_1 = 2,8(h_1 + 40)$ donc $4,5h_1 - 2,8h_1 = 2,8 \times 40$ c'est-à-dire $1,7h_1 = 112$

donc $h_1 \approx 65,9$ m.

On en déduit que :

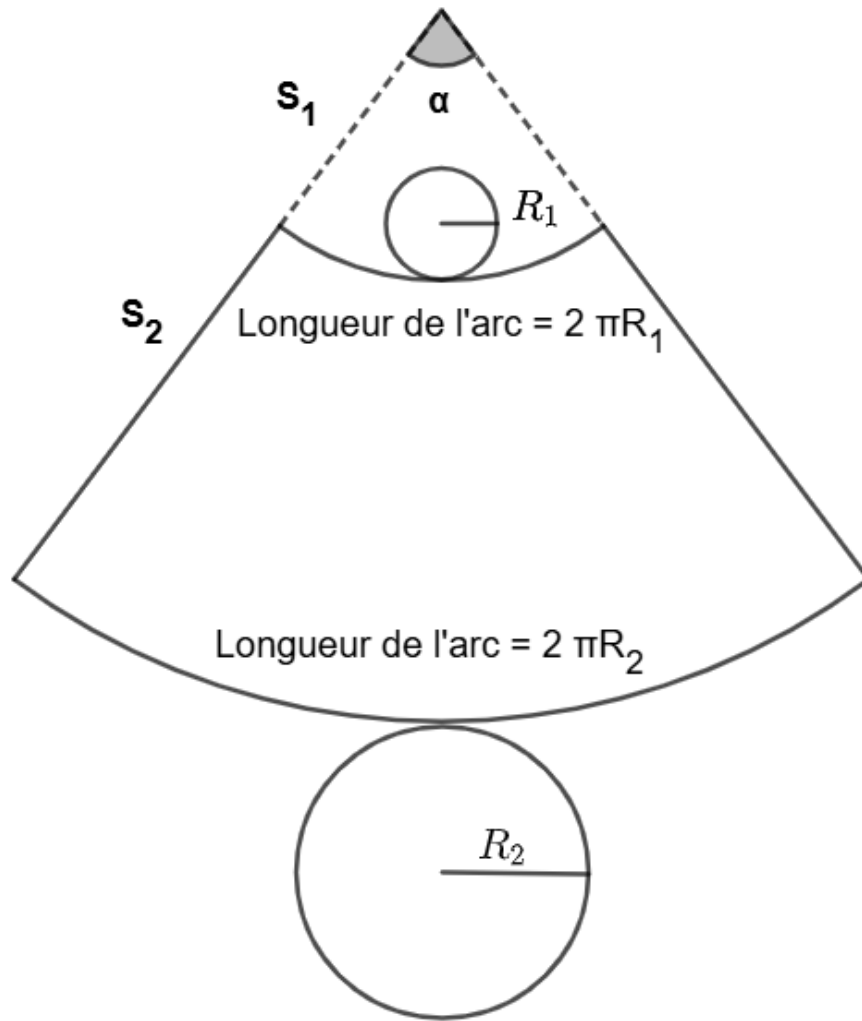
$$S_1 = \sqrt{h_1^2 + R_1^2} = \sqrt{65,9^2 + 2,8^2} \approx 66 \text{ m}$$

Puis que :

$$S_2 + S_1 = \sqrt{(h_1 + h_2)^2 + R_2^2} = \sqrt{105,9^2 + 4,5^2} \approx 106 \text{ m}$$

Donc $S_2 \approx 40$ m

On peut noter que les hauteurs estimées h_1 et h_2 sont très proches de S_1 et S_2 .



On peut alors estimer l'angle α avec la formule vue plus haut :

$$\alpha = \frac{2\pi R_2}{2\pi S} \times 360 = \frac{2\pi R_2}{2\pi(S_1 + S_2)} \times 360 = \frac{R_2}{S_1 + S_2} \times 360 \approx \frac{4,5}{106} \times 360$$

Ainsi $\alpha \approx 15,3^\circ$

Il ne reste plus qu'à calculer la surface de la cheminée comme une différence de l'aire de deux portions de disques de rayons respectifs : $S_1 + S_2$ et S_1 .

Ces portions de disques se calculent avec la formule suivante :

$$\text{Aire} = \frac{\alpha \pi S^2}{360}$$

La surface du cône « entier » est alors estimée à :

$$C = \frac{15,3 \times \pi \times 106^2}{360} \approx 1500,2 \text{ m}^2$$

Celle du cône « enlevé » à

$$C' = \frac{15,3 \times \pi \times 66^2}{360} \approx 581,6 \text{ m}^2$$

La surface de la cheminée peut donc être estimée à :

$$C - C' \approx 1500,2 - 581,6 \text{ c'est-à-dire à } 918,6 \text{ m}^2$$

Piste noire

Le poids des arches respectives est de 10 et 7 tonnes.

La plateforme métallique pèse 850 kg.

Il y a plusieurs morceaux :

Les marches :

On peut estimer le nombre de marches, qu'elles sont sous forme de pavés et mesurer la taille moyenne des marches.

Parois :

Elles sont aussi assimilées à des pavés

On peut estimer : la hauteur, l'épaisseur et la longueur des parois.

Remarque : les parois ne sont pas des segments de droites mais des parties d'une ellipse, ce qui fait que l'estimation de la longueur est difficile.

Plateforme métallique :

Elles pèsent beaucoup moins que le reste... (à négliger éventuellement). Elle est de forme cylindrique : $Volume = \pi h R^2$.

