

MENONS L'ENQUÊTE : UN PEU DE LOGIQUE ... SOLUTIONS DÉTAILLÉES

Énigme 1 : deux stratégies de résolution possibles

1. Stratégie hypothético-déductive

Elle consiste à faire une hypothèse sur la couleur de l'un des jetons et à utiliser les implications pour en déduire les autres. Bien sûr, dans ce cas, il est pertinent de faire une hypothèse qui correspond à la vérification d'une prémisse. Supposer par exemple que le rond est rouge ne permettra pas d'utiliser les implications.

Le plus « naturel » est donc de supposer tout d'abord que le jeton rond est bleu, ce qui correspond à la vérification de la prémisse de l'implication 1. Par utilisation de l'implication 1, nous déduisons alors que le jeton carré est vert, puis par utilisation de l'implication 3 que le jeton triangulaire est vert. Nous arrivons donc à une **contradiction**, car deux pièces sont vertes. L'hypothèse initiale du jeton rond bleu est donc impossible.

Supposons alors ensuite que le jeton rond est vert, ce qui correspond à la vérification de la prémisse de l'implication 2. Par utilisation de l'implication 2, nous déduisons alors que le jeton carré est rouge, puis par utilisation de l'implication 3 que le jeton triangulaire est vert. Nous arrivons donc encore une fois à une **contradiction**, car deux pièces sont vertes. L'hypothèse initiale du jeton rond vert est donc impossible.

La seule couleur possible pour le jeton rond est donc rouge. Notons que la question est posée ici de façon fermée (« cherchez une combinaison qui soit solution de l'énigme 1 »), alors que rien ne permet de prévoir s'il va y avoir ou non une combinaison avec rond rouge solution du problème. Supposons donc que le jeton rond est rouge. Ce choix ne permet d'utiliser aucune des implications, il faut donc faire également une hypothèse sur la couleur d'une autre pièce. Supposons alors que le carré n'est pas bleu, pour pouvoir utiliser l'implication 3. Il sera donc vert, car le rouge est déjà pris. Et par utilisation de l'implication 3 nous déduisons que le jeton triangulaire est vert, et encore une fois nous arrivons à une **contradiction**, car deux pièces sont vertes.

La seule combinaison possible est donc jeton rond rouge, jeton carré bleu et jeton triangulaire vert. Cette combinaison est bien solution, les trois implications sont vraies puisque les trois prémisses sont fausses.

2. Stratégie par examen de toutes les combinaisons possibles (exhaustivité des cas)

La deuxième stratégie consiste à lister toutes les combinaisons possibles, qui sont au nombre de 6, puis à tester les implications pour chaque combinaison. Par exemple, prenons la combinaison jeton rond bleu, jeton carré rouge, jeton triangulaire vert ; avec cette combinaison, l'affirmation 1 est fausse.

Jeton rond	Jeton carré	Jeton triangle	Affirmation fausse (implication fausse)
B	R	V	1.Si le jeton rond est bleu, alors le jeton carré est vert
B	V	R	3.Si le jeton carré n'est pas bleu, alors le jeton triangulaire est vert
R	V	B	3.Si le jeton carré n'est pas bleu, alors le jeton triangulaire est vert
R	B	V	***
V	R	B	3.Si le jeton carré n'est pas bleu, alors le jeton triangulaire est vert
V	B	R	2.Si le jeton rond est vert, alors le jeton carré est rouge

*** Les trois implications sont vraies !

Une fois l'existence et l'unicité de la solution trouvée, il est important de faire remarquer que bien qu'aucune des prémisses ne soit vérifiée, la combinaison proposée est bien la solution.

[Tapez ici]

Activité proposée par la commission Inter Irem Lycée dans sa brochure « Logique »

MENONS L'ENQUÊTE : UN PEU DE LOGIQUE ... SOLUTIONS DÉTAILLÉES

Énigme 2

Pour la seconde énigme, avec la *stratégie hypothético-déductive*, on trouve assez rapidement la solution **jeton carré rouge, jeton rond bleu, jeton triangulaire vert** (qui vérifie la prémisse et la conclusion de l'implication 1). Il est ici demandé, pour la **piste verte**, une combinaison solution... On en a trouvée une !

Mais il est naturel (et indispensable en mathématiques) de se poser la question, « **cette solution est-elle unique ?** ». Avec la même stratégie, poursuivons en examinant les affirmations 2 et 3 :

- La combinaison jeton triangulaire bleu, jeton rond vert, jeton carré rouge (qui correspond à une combinaison vérifiant la prémisse et la conclusion de l'implication 2 rend fausse l'affirmation 1.
- La combinaison jeton rond rouge, jeton carré vert, jeton triangulaire bleu (qui vérifie la prémisse et la conclusion de l'implication 3) rend fausse l'affirmation 2.

Piste rouge : a-t-on envisagé tous les cas ?

Nous n'avons alors éliminé que 3 combinaisons, alors que dans le premier énoncé, les essais à partir des deux premières implications permettaient déjà d'éliminer 4 combinaisons. Pour trouver toutes les combinaisons solution, il n'y a ensuite pas d'autre stratégie que de lister les combinaisons restantes, et pour cela, le plus simple est sans doute de *lister de façon organisée les 6 combinaisons possibles*, puis d'éliminer celles déjà testées. Il reste alors **jeton rond bleu, jeton carré vert, jeton triangulaire rouge**, qui est solution et **jeton rond vert, jeton carré bleu, jeton triangulaire rouge**, qui est solution et jeton rond rouge, jeton carré bleu, jeton triangulaire vert qui rend fausse l'affirmation 3.

Nous avons donc **3 combinaisons solutions** :

- **Jeton rond bleu, jeton carré rouge, jeton triangulaire vert**
- **Jeton rond bleu, jeton carré vert, jeton triangulaire rouge**
- **Jeton rond vert, jeton carré bleu, jeton triangulaire rouge**

La stratégie par examen de toutes les combinaisons possibles (démarche algorithmique) s'avère ici plus efficace.

Piste noire : cherchez toutes les combinaisons solutions des énigmes 3 et 4 !

Énigme 3

La troisième énigme n'a pas de solution !

Si on ne trouve pas de solution, est-on certain qu'il n'y en a pas ? Oui si l'on a examiné les 6 combinaisons possibles (exhaustivité des cas). Sinon, avec la stratégie **hypothético-déductive**, en examinant, par exemple, les deux seuls cas possibles « le jeton rond n'est pas rouge » puis « le jeton rond est rouge » on arrive à des contradictions avec l'hypothèse « les jetons sont de couleurs différentes » en utilisant les trois affirmations.

Énigme 4

La troisième énigme a deux solutions !

Là aussi, faire une vérification exhaustive et ne pas s'arrêter quand on a trouvé une solution.

Ces deux combinaisons solutions sont :

- **Jeton rond rouge, jeton carré vert, jeton triangulaire bleu**
- **Jeton rond vert, jeton carré bleu, jeton triangulaire rouge**

[Tapez ici]

Activité proposée par la commission Inter Irem Lycée dans sa brochure « Logique »