

# Rallye mathématique de l'Académie de Lyon

## Problème ouvert 2026

*Pour le problème ouvert 2026, comme l'an passé, nous vous proposons cinq énoncés. Dans l'épreuve écrite du 10 mars figureront des exercices liés aux problèmes ouverts.*

### **Pourquoi ?**

Parce que choisir un problème à résoudre est souvent une question de goût, d'attraction, d'attrait ou d'affinité pour une partie ou une autre des mathématiques. Pour certains, un défi géométrique sera le point de départ de longues réflexions, pour d'autres, manipuler des nombres et comprendre leurs propriétés est l'assurance d'un plaisir à venir... Alors, nous vous proposons un choix de problèmes !

### **Comment ?**

Bien sûr, le but du jeu n'est pas de tous les traiter ! Ce que nous attendons des élèves pour cette épreuve de problème ouvert, c'est soit un " butinage " des problèmes pour émettre des conjectures, des idées, des réflexions, éventuellement trouver des résultats ; soit un approfondissement d'un seul problème, en regardant ses tenants et aboutissants, sa résolution, et éventuellement des prolongements.

Toutes les recherches seront prises en compte, toutes les attitudes devant ces problèmes seront considérées ; il n'y a pas de bonne ou de mauvaise façon d'aborder cette épreuve pourvu que vos élèves entrent à un moment donné dans une démarche mathématique.

### **L'évaluation**

L'évaluation des propositions des classes s'appuiera sur des critères portant sur :

- la présentation des recherches pourra prendre des formes diverses : papier, vidéo, image(s), poster, présentation numérique,...
- l'originalité des réflexions, des questions posées au-delà du problème,
- la rigueur des raisonnements proposés,
- la précision des constructions et des représentations,
- les généralisations ou les prolongements des énoncés.

### **Pratiquement**

Les dates de recherche du problème ouvert : **du 19 novembre 2025 au 6 mars 2026.**

Toutes les propositions seront évaluées et les points obtenus seront pris en compte dans le décompte total des points de la classe pour le Rallye.

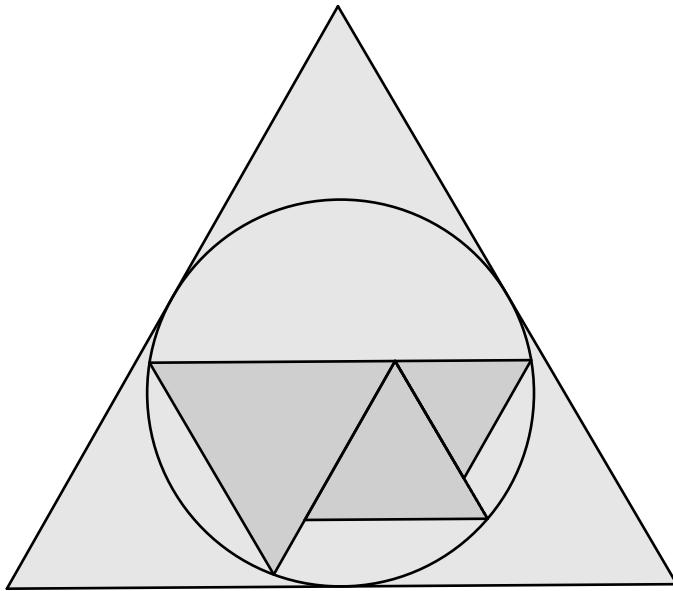
Dans le cas où plusieurs groupes d'élèves ont cherché les mêmes problèmes, merci de n'envoyer qu'une réponse par problème cherché qui sera la synthèse des travaux des groupes.

**Elles sont à envoyer, à partir du 16 janvier, accompagnées du numéro d'inscription de la classe, à : pbouvertrmal@gmail.com**

Un prix spécial Problème ouvert sera accordé à la meilleure réponse.

## 1 Premier problème

Quelle est la proportion des trois petits triangles équilatéraux dans le grand ?



## 2 Deuxième problème

On considère l'ensemble  $E = \{1, 2, \dots, 2026\}$ . On voudrait savoir quel est le plus grand sous-ensemble de  $E$  tel que deux éléments ne diffèrent pas de 4 ou de 7. On pourra commencer en considérant les ensembles  $\{1, 2, \dots, 10\}$ ,  $\{1, 2, \dots, 11\}$ ,  $\{1, 2, \dots, 12\}$ , ...

## 3 Troisième problème

Quelles sont les plus petites valeurs des entiers naturels  $a$  et  $b$  sachant que :

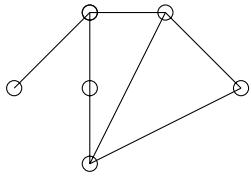
$$\frac{2024}{2025} < \frac{a}{b} < \frac{2025}{2026} \quad ?$$

## 4 Quatrième problème

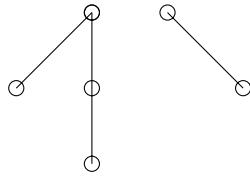
$ABCDEF$  est un hexagone convexe dont tous les côtés opposés sont parallèles.  
Montrer que l'aire de  $ACE$  est égale à l'aire de  $BDF$ .

## 5 Cinquième problème

Un graphe est un ensemble de sommets et d'arêtes qui rejoignent des sommets entre eux.  
Un graphe est connexe s'il y a un chemin de n'importe quel sommet à n'importe quel autre.

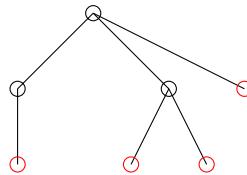


Un graphe connexe



Un graphe non connexe

Un arbre est un graphe connexe tel que si on enlève une arête il devient non connexe.

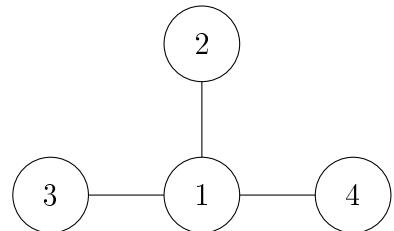


Les feuilles d'un arbre sont les sommets qui ne sont reliés qu'à un seul autre sommet (en rouge sur le dessin).

Un arbre est numéroté si ses  $n$  sommets sont numérotés avec les nombres de 1 à  $n$ .



Un graphe numéroté à deux sommets



Un graphe numéroté à quatre sommets

Combien existe-t-il d'arbres numérotés à 2 sommets ? à 3 sommets ? à 4 sommets ? ...